

振荡管流换热的影响因素

赵令德 曹玉璋

(北京航空学院)

摘 要

本文对振荡管流换热的层流理论公式做了改造,又从方程组无因次化导出了若干无因次参数群,再根据实验数据的整理,得到了轴向换热的经验公式,三者具有相同的形式。这种表达式具有更清晰的物理概念和方便的使用形式。

一、引 言

多年来,特别是由于交叉学科的发展,许多学者先后从理论和实验两方面研究了在定常压力梯度或随时间作正弦变化的非定常压力梯度作用下,管流中的质量扩散问题^[1~7]。这些研究表明,在这种情况下,管内层流扩散要比纯分子扩散高许多倍

文献^[8,9]对振荡管流中的换热问题作了研究。发现当流体在管中沿轴向振荡时,沿轴向的热传递被极大地强化,其当量导温系数可达流体导温系数的18000倍左右。还发现振荡管流换热的当量导温系数是振荡频率、潮式振荡位移量、管径和流体物性参数等因素的函数。同时,发展了一种层流理论来说明这种换热过程。

作者在最近的实验研究中,又获得了新的结果,其当量导温系数与流体导温系数之比达十九万倍以上^[10]。本文在前述工作的基础上,对文献^[8]提供的振荡管流换热层流理论公式作了新的处理,并从方程无因次化导出了若干无因次参数群,最后对实验数据进行了整理,得到了振荡管流换热的经验公式。该公式的形式具有更清晰的物理概念。

二、无因次方程组与无因次参数群

这里讨论的振荡管流换热问题是,在长径比很大的直圆管中,不可压流体在交变压力梯度作用下,沿轴向振荡时的换热问题。在这种流动中,速度分布仅是时间与径向坐标的函数,与轴向坐标无关。同时还认为流动充分发展,忽略管口效应。为了尽可能清晰地反映振荡管流换热的实质,还假设管壁是绝热的,流体的平均温度或整体温度随时间的变化不十分剧烈,因而可以把流体的物性参数看做常值,并且忽略重力场对运动的影响和粘性耗散对换热过程的影响。对于这样的换热过程可分析如下。

任一 x 处,单位时间内沿轴向通过单位面积的热量 q 为:

$$q = \frac{1}{\tau_0 s} \int_{\tau_0} \int_s c \rho T u d s d \tau \quad (1)$$

定义当量导热系数 λ_e (当量导温系数 $a_e = \lambda_e / (\rho c)$)

$$q = \frac{\lambda_e (T_2 - T_1)}{x_2 - x_1} \quad (2)$$

其中 τ_0 为振荡周期, s 为管截面积, T_2 及 T_1 分别为 x_2 及 x_1 处的截面平均温度。令(1)式等于(2)式,并取 $x_2 - x_1 = \Delta x$ (Δx 为潮式位移量),则

$$a_e = \frac{\Delta x}{T_2 - T_1} \frac{1}{\tau_0 s} \int_{\tau_0} \int_s T u d s d \tau \quad (3)$$

可见描述这一过程的微分方程组还应包括

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + u \frac{\partial T}{\partial x} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) \quad (5)$$

其初始条件和边界条件为

$$\left. \begin{array}{l} \tau = 0 \text{ 时} \quad u = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} \\ r = 0 \text{ 时} \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \\ r = R \text{ 时} \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \end{array} \right\} \quad (6)$$

引入无因次参数 $\bar{u} = u/u_0$, $\bar{\tau} = \tau/\tau_0$, $\bar{T} = T/T_0$, $\bar{x} = x/R$, $\bar{r} = r/R$, $\bar{p} = p/(\rho u_0)$ 。这里 x 向坐标与圆管轴线重合, r 为径向坐标, τ_0 为振荡周期, R 为圆管半径, ρ 、 ν 及 a 分别为流体的密度、运动粘性系数及导温系数, u_0 及 T_0 为选择的特征量。

对微分方程组无因次化得到

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a_e}{a} = \frac{R u_0}{a} \left(\frac{\Delta x}{R} \right) \frac{\int \int \bar{T} \bar{u} \bar{r} d \bar{r} d \bar{\tau}}{\bar{T}_2 - \bar{T}_1} \\ \frac{R}{\tau_0 u_0} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{\tau}} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\nu}{R u_0} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} \right) \\ \frac{R}{\tau_0 u_0} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{\tau}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} = \frac{a}{R u_0} \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2} \right) \end{array} \right\} \quad (7)$$

相应的初始条件及边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \overline{r} = 0 \text{ 时} \quad \overline{u} = 0 \quad \frac{\partial \overline{T}}{\partial x} &= \frac{R}{\Delta x} (\overline{T}_2 - \overline{T}_1) \\ \overline{r} = 0 \text{ 时} \quad \frac{\partial \overline{u}}{\partial r} &= 0 \quad \frac{\partial \overline{T}}{\partial r} = 0 \\ \overline{r} = 1 \text{ 时} \quad \frac{\partial \overline{u}}{\partial r} &= 0 \quad \frac{\partial \overline{T}}{\partial r} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

取 $u_0 = \Delta x \omega$, $T_0 = T_2 - T_1$, 其中 ω 为角频率, 代入 (7) 式及 (8) 式, 则得到

$$\frac{a_e}{a} = F \left[\frac{\Delta x}{R}, \text{Wom}, \text{Pr} \right] \quad (9)$$

其中 $\text{Wom} = R\sqrt{\omega/\nu}$, 称为沃姆斯利数 (Womersley), Pr 为普朗特数。(9) 式的具体函数形式可由实验确定。

三、解析结果的分析

根据振荡管流换热的层流理论^[8], 可以有

$$a_e = f(\text{Pr}, m, n) \frac{(\Delta x)^2 \sqrt{\omega \nu}}{R} \quad (10)$$

式中 m 为流体导热系数与管壁导热系数之比, n 为流体导温系数与管壁导温系数之比。如果假定管壁是绝热的, 则 m 和 n 可略去。

理论分析表明, 函数 f 在相当宽广的 Pr 数范围内近似服从下述关系

$$f(\text{Pr}) = A \text{Pr}^B \quad (11)$$

将 (11) 式代入 (10) 式, 并用流体导温系数除全式, 则得到无因次导温系数的表达式

$$\frac{a_e}{a} \approx A \left(\frac{\Delta x}{R} \right)^2 \text{Wom} \text{Pr}^{B+1} \quad (12)$$

根据理论分析, $(B+1)$ 是一个小于 1 的数, 故在 Pr 数变化不太大的情况下, 作为近似, 将 Pr^{B+1} 看作一个常数, 合并到系数 A 中去。于是 (12) 式可表示成

$$\frac{a_e}{a} \approx A \left(\frac{\Delta x}{R} \right)^2 \text{Wom} \quad (13)$$

应当指出, 由振荡管流换热的层流理论得到的公式 (10) 具有较大的局限性。因为在获得解析解的过程中, 曾假定 Wom 数是足够大的, 以致可以使用所谓大 Wom 数的一些近似表达式, 从而使推导过程简化。但是, 进一步的理论分析表明, 函数 $f(\text{Pr})$ 不但是 Pr 数的函数, 而且是 Wom 数的函数, 同时还受管截面形状的影响, Wom 数可以看作是某种折合频率、它反映了粘性引起的动量传递与振荡周期之间的关系, 与粘性引起的管壁附近边界层厚度有密切关系。 $(\Delta x/R)$ 可以看作是折合振幅, 反映了振幅对换热的影响, 在公式中以 $(\Delta x/R)^2$ 形式出现, 实际上表征了振荡管流比非振荡管流换热面积增加的倍数。正是这些因素的作用, 导致了振荡管流轴向热量传递能力的提高。粗略的理论估算表明, 当量导温系数与流体导温系数之比有可能高达 $10^8 \sim 10^{10}$ 。

四、实验数据的分析

本文提供的实验数据是以水为工质, 在长径比分别为89、267和503的三种圆截面管束实验器上获得的结果。用最小二乘法对实验数据进行曲线拟合, 得到拟合公式

$$\frac{a_e}{a} = 0.34 \left(\frac{\Delta x}{R} \right)^2 W_{om} \quad (14)$$

由图1可以看出, 采用这种参数群系统来整理实验数据是成功的。这表明, 从不同途径获得的(9)、(12)、(13)和(14)式在Pr数变化不大的条件下具有相同的形式。

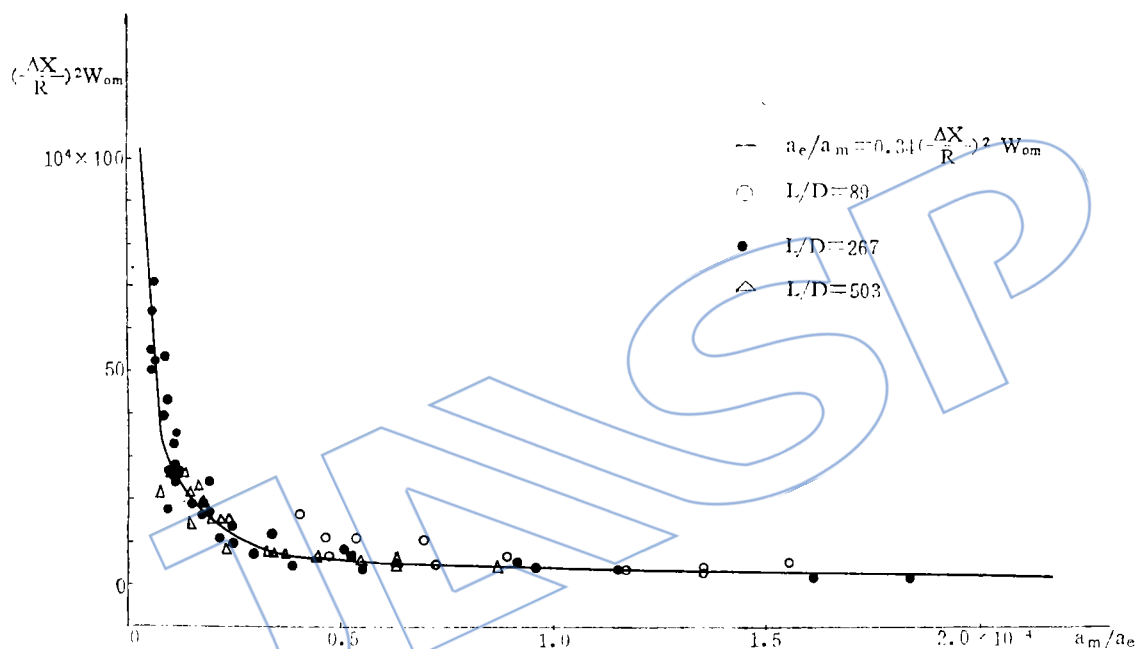


图1 实验结果

五、结 论

1. 通过方程组无因次化, 得到

$$\frac{a_e}{a} = F \left(\frac{\Delta x}{R}, W_{om}, Pr \right)$$

在该过程中, 由于傅立叶数是待定无因次参数群, 故在表示式中消失。

2. 通过对振荡管流换热的层流理论公式的改造, 得到

$$\frac{a_e}{a} = A \left(\frac{\Delta x}{R} \right)^2 W_{om} Pr^{B+1}$$

在Pr数变化不大时可写成

$$\frac{a_e}{a} = A \left(\frac{\Delta x}{R} \right)^2 W_{om}$$

3. 整理不同圆管长径比的实验数据, 得到

$$\frac{a_e}{a} = 0.34 \left(\frac{\Delta x}{R} \right)^2 W_{om}$$

作者向邱绪光副教授和李辉同志表示谢意, 作者曾与他们就相似理论的应用进行了有益的讨论。

参 考 文 献

- [1] Taylor, G.I., "Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube", Proc. Roy. Soc. A219, 1953.
- [2] Taylor, G.I., "The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe", Proc. Roy. Soc. A223, 1954.
- [3] Chatwin, P.C., "On the longitudinal dispersion of passive contaminant in oscillatory flows in tubes", J. of Fluid Mech., Vol. 71, part 3, 1975.
- [4] Watson, E.J., "Diffusion in oscillatory pipe flow", J. of Fluid Mech., Vol. 133, 1983.
- [5] Joshi, C. H., Kamm, R. D., Drazen, J. M., Slutsky, A.S., "An experimental study of gas exchange in laminar oscillatory flow", J. of Fluid Mech., Vol 133, 1983.
- [6] Jaeger, M.J., Kurzweg, U. H., "Determination of the longitudinal dispersion coefficient in flows subjected to high-frequency oscillations", Phys. Fluids 26(6), 1983.
- [7] Kurzweg, U.H., Howell, G., Jaeger, M. J., "Enhanced dispersion in oscillatory flows", Phys. Fluids 27(5), 1984.
- [8] Kurzweg, U.H., Zhao Lingde, "Heat transfer by high-frequency oscillations: A new hydrodynamic technique for achieving large effective thermal conductivities", Phys. Fluids 27(11), 1984.
- [9] Kurzweg, U.H., 赵令德, "流体在高频振荡下的换热加强现象的实验研究", 清华大学学报第25卷, 第1期, 1985.
- [10] 赵令德, 曹玉璋, 汪铸, 朱谷君, "高 Womersley 数时振荡管流换热的实验研究", 中国工程热物理学会第五届年会853113号报告, 1985.
- [11] Schlichting, H., "Boundary-Layer Theory", seventh Ed., McGraw-Hill Book Company, 1979.
- [12] Echert, E.R.G., Drake, R.M., "传热与传质分析", 科学出版社, 1983.

(责任编辑 杨帆)

that of the second one, higher blowing ratio causes stronger separation of the film jet, the cooling effect is thus reduced remarkably, and the optimized value of the blowing ratio for better film cooling effectiveness is $M \leq 0.5$.

Experimental results show that for convex surface the blowing ratio of first row should be smaller than that of second row in order to get better cooling results, for example $M_f = 0.3$. The distance between cooling holes as well as the blowing ratio M should be both smaller on the convex surface.

DIMENSIONLESS PARAMETERS ON ENHANCED HEAT TRANSFER IN FLUIDS BY HIGH-FREQUENCY OSCILLATIONS WITHIN PIPES

Zhao Lingde and Cao Yuzhang

(Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

Abstract

Enhanced heat transfer in fluids by high-frequency oscillations within a capillary bundle is a new interesting phenomenon. A new method to describe this phenomenon has been developed. Authors have obtained the same dimensionless expression by means of three different methods: experimental data analysis, dimensionless analysis of differential equations and transformation of laminar hydrodynamic theoretical expression. It shows that the ratio of the effective thermal conductivities to normal conductivities of fluids is proportional to a certain power of Prandtl number, second power of the ratio of tidal displacement to capillary radius and nearly first power of Womersley number. This dimensionless expression is convenient for calculating and experimenting.